Master 1 – Linguistique Informatique

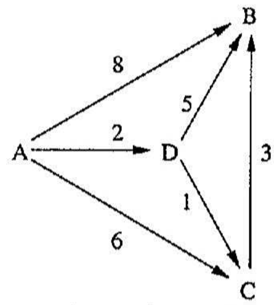
Algorithmique

Examen du 5 Janvier 2011

Notes manuscrites autorisées. Livres non autorisés.
La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation. Justifiez toutes vos réponses et expliquez les fondements de vos algorithmes en français avant de les rédiger en pseudo-code compréhensible et commenté là où c'est nécessaire. Le barème est donné seulement à titre indicatif.

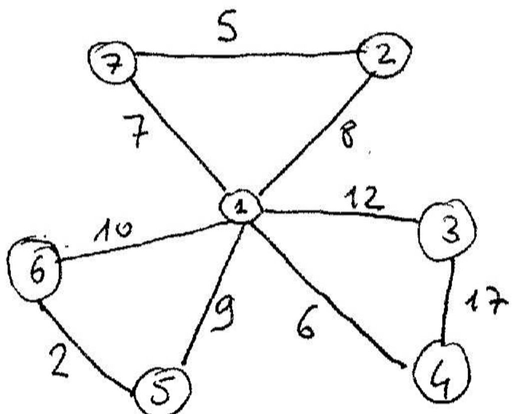
Exercice 1.

Simuler l'algorithme de Bellman sur le graphe de la figure suivante pour calculer les chemins de poids minimal du sommet A à tout autre sommet du graphe. On aurait pu utiliser l'algorithme de Dijkstra dans ce cas ? Pourquoi ?



Exercice 2.

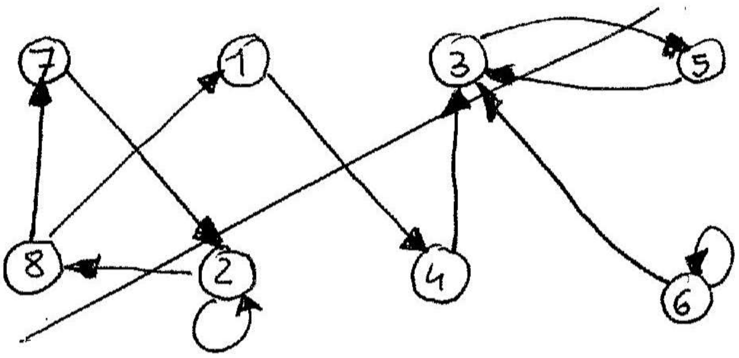
Un service de surveillance emploie sept personnes localisées en sept centres différents. Ces centres sont reliés entre eux par des lignes de communication, conformément au graphe ci-dessous. Les équipements étant vétustes, il a été décidé de procéder à leur remplacement par un matériel plus moderne. Ce remplacement peut être effectué selon les coûts indiqués sur les arêtes du graphe. Toutes les lignes de communication existantes ne doivent cependant pas être modernisées, pourvu que directement ou indirectement, tout sommet puisse faire parvenir une information à tout autre (sans faire appel aux lignes de l'ancien régime). Quelles lignes convient-il de moderniser afin de satisfaire, au moindre coût, à cette exigence ? Expliquez l'algorithme appliqué et simulez-le sur le graphe donné.

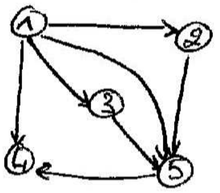


Exercice 3.

On cherche un algorithme pour trouver un tri topologique. Pour cela considérez le nombre d'arcs sortant de chaque sommet et ce qui se passe quand on retire un sommet du graphe. Déduisez-en un algorithme qui rangera dans une file les sommets dans un ordre topologique.

Exécutez votre algorithme sur le graphe de la figure suivante.





Exercice 4. Plan d'évacuation.

On considère un graphe non orienté $G = (V, E)$ ayant n sommets et deux sous-ensembles Y et Z de V (non nécessairement disjoints) ; les éléments de Y sont des places et les éléments de Z des issues. Un *plan d'évacuation* est un ensemble de chemins *sommet-disjoints* dans le graphe, menant d'une place à une issue.

Le problème PE du plan d'évacuation optimal consiste à trouver un plan d'évacuation contenant le *maximum* de chemins.

Le *problème FC du flot avec contraintes sur les sommets* est un problème de flot classique auquel on ajoute des contraintes supplémentaires : à chaque sommet i est associé un nombre s_i exprimant que la somme des flots entrants en i doit être inférieure ou égale à s_i.

a. Réduire le problème PE à un problème FC. Autrement dit, vous devrez associer à chaque instance I_1 de PE, une instance I_2 de FC de manière qu'un plan d'évacuation optimal pour I_1 peut être déduit d'un flot maximal avec contrainte pour I_2.

b. Réduire le problème FC à un problème de flot maximal "classique".

c. En déduire un algorithme polynomial de recherche d'un plan d'évacuation optimal.