1 Révisions : Automates à états finis

1.1 Automates déterministes complets

Soit l'alphabet $X = \{a, b, c\}$. Donner des automates déterministes complets reconnaissant les langages suivants :

1. L'ensemble des mots dont la longueur est un multiple de 3.
2. L'ensemble des mots dans lesquels le motif ab, s'il apparaît, est suivi de ccc.
3. L'ensemble des mots se terminant par b.
4. L'ensemble des mots ne se terminant pas par b.
5. L'ensemble des mots non vides ne se terminant pas par b.
6. L'ensemble des mots contenant au moins un a et dont la première occurence de a n'est pas suivie par un c.
7. L'ensemble des mots comportant au moins 3 lettres et dont la troisième lettre à partir de la fin est un a ou un c.
8. Le langage $L_2 = \{u \in X^* / \nexists v, w \in X^* \text{ t.q. } u = vbacaw\}$.

1.2 Automate non déterministe

Proposer un automate et une expression rationnelle pour le langage de tous les mots de $\{a, b, c\}^*$ dont cac est un sous-mot[1].

1.3 Complément d'un automate

Donner l'algorithme passant d'un automate fini à un automate reconnaissant le complément. L'algorithme suppose un automate déterministe et complet. Justifier de manière informelle ces deux contraintes.

2 Expressions rationnelles vers Automates

1. Donner un automate qui reconnaît le langage décrit par les expressions régulières suivantes, (i) en appliquant la méthode systématique (p.20 dupoly), (ii) par une méthode directe, donnant un automate le plus simple possible.
   - (a|c)(b|ε)d*
   - (a|b)(a|b)*
2. Suppression des ε-transitions : étudiez l'algorithme de suppression des ε-transitions (p.13 du poly). Appliquer cet algorithme à l'automate obtenu par la méthode systématique pour (a|c)(b|ε)d*.

3 Minimisation

1. Minimiser l'automate dont la table de transition est la suivante ($X = \{a, b\}$; les états sont désignés par des lettres majuscules) :

δ	A	B	C	D	E	F	G	H
a	B	G	A	C	H	C	G	G
b	F	C	C	G	F	G	E	C

[1] Un *sous-mot* de u est une sous-suite de lettres — non nécessairement contiguë — de u. À distinguer d'un *facteur*. Exemple : *pis* est un sous-mot de *produits*.

2. Proposer un automate **minimal** qui reconnaisse le même langage que l'expression rationnelle $a(b|bc)^*c$. (Il peut être intéressant de passer par une étape de déterminisation.)
3. Soit $X = \{a, b, c, \dots, z\}$. Proposer un automate **déterministe** et **minimal** qui reconnaisse le langage $X^*issime$[2]. Peut-on proposer une généralisation sur le nombre minimal d'états d'un automate reconnaissant X^*u pour $u \in X^*$, en fonction de la longueur de u ?

[2] Mots formés d'un mot quelconque de X^* suivi des lettres i, s, s, i, m, e.